

Задачи про паука в лабиринте

В задачах В10 ЕГЭ по математике включены задачи про лабиринт. Суть: паук вползает в лабиринт в точке «Вход» и выползает через один из имеющихся выходов, на пути следования имеются развилки (паук выбирает один из двух путей). Требуется определить вероятность выхода паука из лабиринта через определённую точку выхода.

Что необходимо понимать?

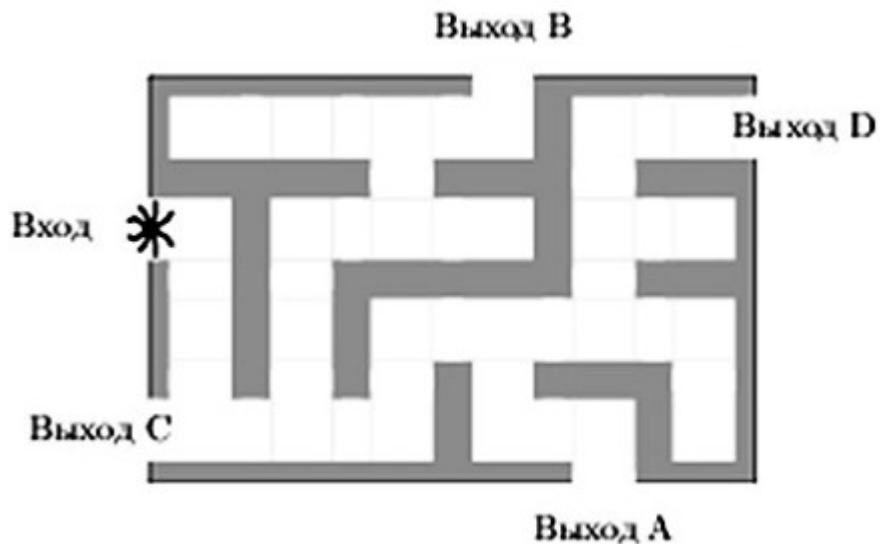
- На каждой развилке паук с вероятностью 1 к 2 (или 0,5) может выбрать верный путь (выбирается одно из двух направлений).
- Выбор направления на каждой отдельной развилке по пути следования это независимые события, и при одновременном совершении таких событий (в данном случае, выбора верного пути на каждой из развилок) применяется правило умножения вероятностей.

Какие типы задач могут быть?

- В лабиринте существует только один путь, которым паук может проследовать до определённого выхода. В этом случае вероятности выбора правильного пути на каждой отдельной развилке перемножаются.
- В лабиринте существует 2 или более путей, по которым паук может проследовать до определённого выхода. В этом случае требуется найти вероятность события добраться до выхода по каждому отдельному пути, а затем сложить эти вероятности.
В подобных задачах необходимо ставить вопрос: сколькими путями паук может добраться до заданного выхода?

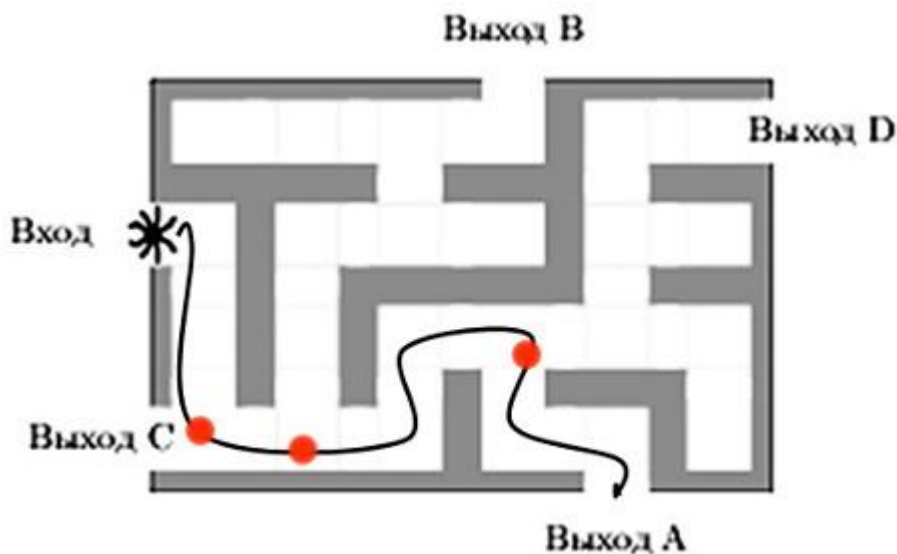
Задача 1

На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу А.



Решение:

Сначала обозначим путь (или пути), которым паук достигнет выхода А. Так же обозначим развилки (красными точками). То есть, это участки пути, в которых паук выбирает один из двух возможных направлений.



Путь, которым может проследовать паук один. Всего на этом пути три развилки. На каждой развилке паук с вероятностью 1 к 2 (0,5) может выбрать верное направление.

Вероятность того, что паук на всех трёх развилках выберет верное направление равна произведению вероятностей событий, то есть:

«Паук выберет верное направление на первой развилке» вероятность 0,5.

«Паук выберет верное направление на второй развилке» вероятность 0,5.

«Паук выберет верное направление на третьей развилке» вероятность 0,5.

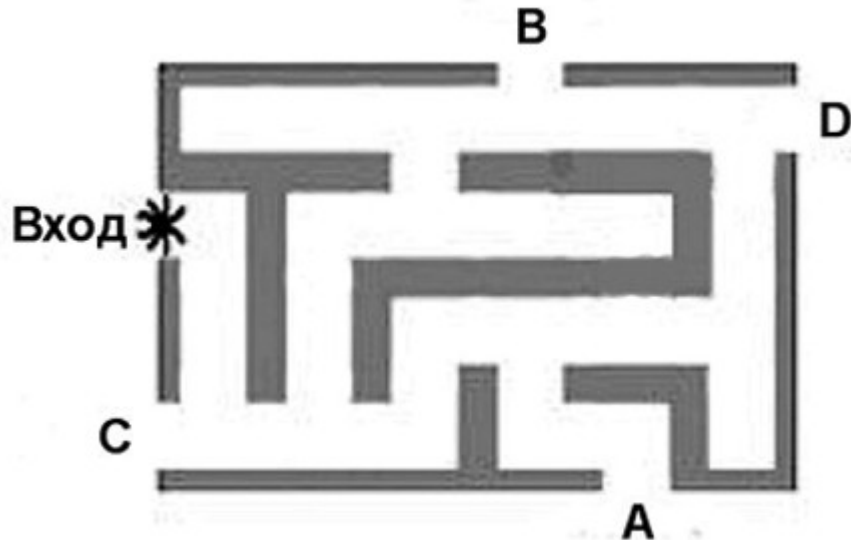
Таким образом, вероятность прийти к выходу А равна:

$$0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125.$$

Ответ: 0,125.

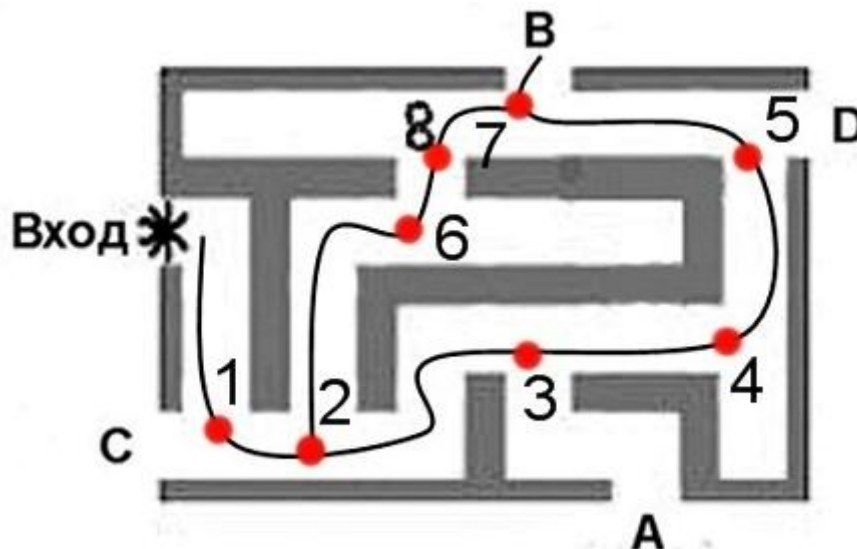
Задача 2

На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу В.



Решение:

Здесь видим, что путей, по которым паук может добраться до выхода В более одного. Поставим вопрос: сколькими путями он может добраться до выхода В? Покажем их, и отметим точки (развилки), в которых возникает выбор пути:



Таких путей два. То есть, паук доберётся либо одним путём (через развилки 1-2-3-4-5-7), либо вторым путём (через развилки 1-2-6-8-7). Это несовместные события. Для того, чтобы ответить на вопрос задачи необходимо вычислить вероятности событий добраться до выхода В для каждого отдельного пути и затем найти их сумму. Если будет три пути, то необходимо будет вычислить вероятности для каждого из трёх и т.д.

На каждой развилке паук с вероятностью 1 к 2 (или 0,5) может выбрать верное направление.

Вычислим вероятность добраться до выхода В через развилки 1-2-3-4-5-7:
 $0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,015625$.

Вычислим вероятность добраться до выхода В через развилки 1-2-6-8-7:
 $0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,03125$.

Таким образом, паук придет к выходу В с вероятностью:
 $0,015625 + 0,03125 = 0,046875$.

Ответ: 0,046875.