B1	B2	B3	B4	B5	B6
8	9	-9,5	36	150500	14
B7	**B8**	**B9**	**B10**	**B11**	**B12**
3,5	-0,8	24	360	-3	15

C1 Решите систему

$$\begin{cases} (2x^2-5x-3)\sqrt{\cos y}=0, \\ \sin y = x. \end{cases}$$

Если $\cos y = 0$, то $y=\dfrac{\pi}{2}+\pi k,\ k\in Z$, при этом из второго уравнения следует, что $x=(-1)^k$.

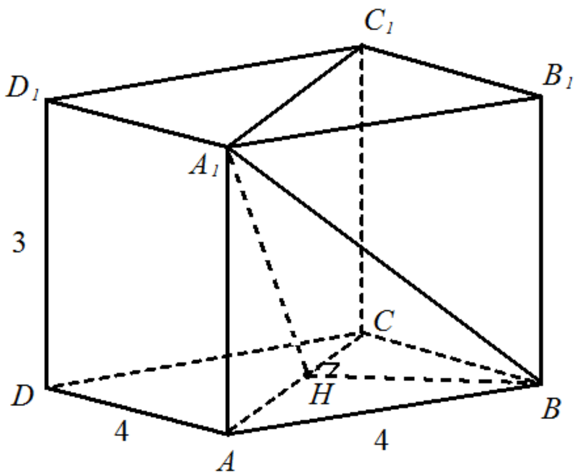
Если $\cos y > 0$, то из первого уравнения находим: $x=3$ или $x=-\dfrac{1}{2}$.

При $x=3$ второе уравнение не имеет решений, а при $x=-\dfrac{1}{2}$, учитывая условие $\cos y > 0$, получаем: $y=-\dfrac{\pi}{6}+2\pi k, k\in Z$.

Ответ: $((-1)^k;\dfrac{\pi}{2}+\pi k),\ (-\dfrac{1}{2};-\dfrac{\pi}{6}+2\pi k), k\in Z$.

C2 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между плоскостью AA_1C и прямой A_1B, если $AA_1=3$, $AB=4$, $BC=4$.

Из точки B проведем перпендикуляр BH к AC. A_1H – проекция A_1B на плоскость AA_1C. Значит, нужно найти угол BA_1H.



В прямоугольном треугольнике ABC находим: $BH = 2\sqrt{2}$.
В прямоугольном треугольнике A_1AB находим: $A_1B = 5$.

В прямоугольном треугольнике A_1HB находим: $\sin A_1 = \dfrac{BH}{A_1B} = \dfrac{2\sqrt{2}}{5}$.

Ответ: $\arcsin\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$.

C3 Решите уравнение $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 2$.

Сделаем замену переменной: $y = \sqrt{x-1}$. Получаем:

$\sqrt{y^2+2y+1} - \sqrt{y^2-2y+1} = 2$; $|y+1| - |y-1| = 2$.

Учитывая, что $y \ge 0$ и поэтому $y+1>0$ Преобразуем уравнение: $y+1-|y-1| = 2; |y-1| = y-1$.

Воспользуемся определением модуля. Получаем: $y-1 \ge 0; \sqrt{x-1} \ge 1;\ x \ge 2$.

Ответ: $x \ge 2$.

C4 В треугольнике ABC на стороне BC выбрана точка D так, что $BD{:}DC = 1{:}2$. Медиана CE пересекает отрезок AD в точке F. Какую часть площади треугольника ABC составляет площадь треугольника AEF.

Возьмем точку K на AB так, что $DK \parallel EC$. Если $BK = x$, то $KE = 2x$ и $EA = EB = 3x$. Значит, $S_{AEF5} = \left(\dfrac{3}{5}\right)^2 S_{AED} = \dfrac{9}{25}\cdot\dfrac{5}{6}S_{ABD} = \dfrac{9}{25}\cdot\dfrac{5}{6}\cdot\dfrac{1}{3}S_{ABC} = \dfrac{1}{10}S_{ABC}$.

Ответ: 0,1.

C5 Найдите все значения a, при каждом из которых график функции

$$f(x) = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4| - a$$

пересекает ось абсцисс менее чем в трех различных точках.

Рассмотрим вспомогательную функцию $g(x) = x^2 - 3x + 2 - |x^2 - 5x + 4|$.

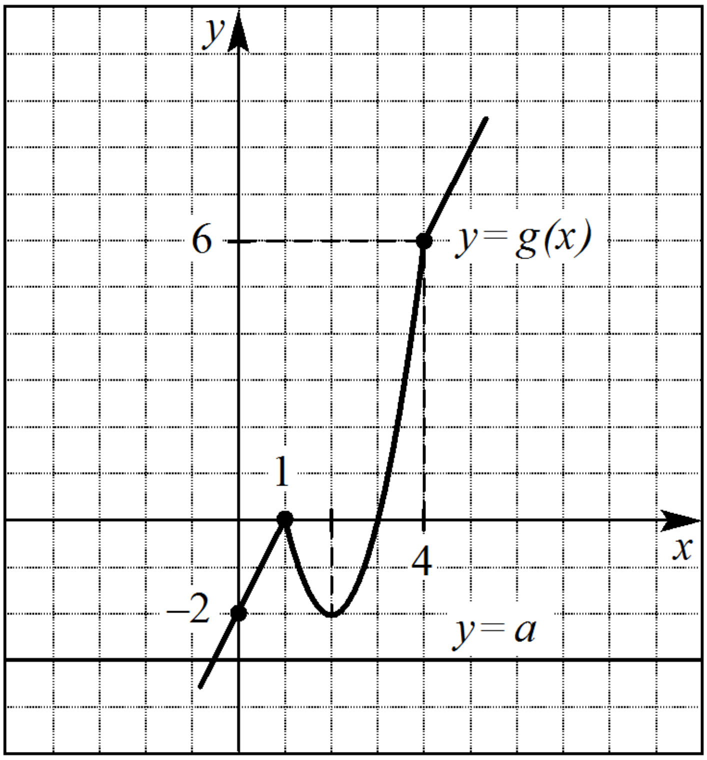


График функции $f(x)$ пересекает ось абсцисс в двух или менее точках, если уравнение $g(x)=a$ имеет менее трех различных корней.

Если $x \le 1$ или $x \ge 4$, то $|x^2-5x+4| = x^2-5x+4$, и $g(x)=2x-2$.

Если $1<x<4$, то $|x^2-5x+4| = -x^2+5x-4$, и $g(x)=2x^2-8x+6$.

График функции $g(x)$ состоит из двух лучей и дуги параболы. На рисунке видно, что уравнение $g(x)=a$ имеет менее трех корней, только если $a \le g(2)$ или $a \ge g(1)$.

$g(2)=-2;\ g(1)=0$.

Ответ: $a \le -2,\ a \ge 0$.

C6 Найдите все пары натуральных чисел m и n, являющиеся решениями уравнения $2^m - 3^n = 1$.

При любом k число $3^{2k}+1$ дает остаток 2, а число $3^{2k-1}+1$ – остаток 4 при делении на 8. Значит, $3^n+1=2^m$, только если $m=1$ или $m=2$ (если $m \ge 3$, то 2^m делится на 8 без остатка).

Если $m=1$, то получаем уравнение $3^n=1$, решением которого является не натуральное число 0.

Если $m=2$, то получаем уравнение $3^n=3$, которое имеет натуральное решение $n=1$.

Ответ: $m=2, n=1$.