ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 19

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ

Цель работы: исследование физических процессов в однородной двухпроводной линии при различных нагрузках.

Длинной называется линия, соизмеримая с длиной волны электромагнитных колебаний, распространяющихся вдоль этой линии. Линия представляет собой цепь с распределенными по длине параметрами (индуктивностью L и сопротивлением R вдоль проводов, емкостью C и проводимостью изоляции g между проводами). Если распределение параметров равномерное, то линия называется однородной. При неравномерном распределении параметров линия называется неоднородной.

Рассмотрим двухпроводную линию, изображенную на рис.1. Так как длинная линия представляет собой систему с распределенными

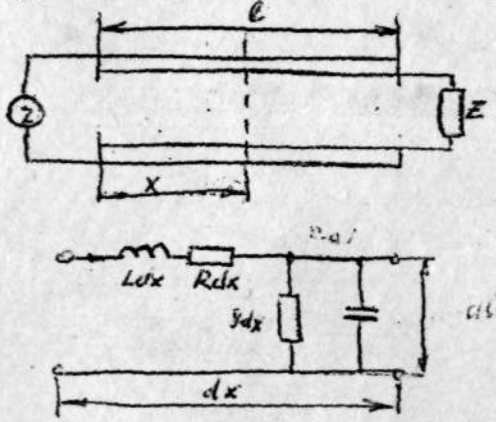

Рис.1

параметрами, то каждый элемент ее является носителем электрического и магнитного полей. Энергия, передаваемая по цепи, сосредоточена в электрическом и магнитном полях, распространяющихся вдоль цепи в виде электромагнитных волн. Расчеты и измерения выполнены для токов и напряжений вдоль линии. Считаем, что расстояние между проводами значительно меньше, а длина их значительно больше длины электромагнитных волн λ, распространяющихся вдоль линии.

<u>Основные уравнения длинных линий</u>. Рассмотрим однородную двухпроводную линию, т.е. линию у которой индуктивность, емкость, сопротивление и проводимость, приходящиеся на единицу длины, являются постоянными величинами. Эти величины называют параметрами линии и обозначают соответственно L_1, C_1, R_1, ψ. Комплексное сопротивление и комплексная проводимость единицы длины линии равны соответственно: $z_1 = R_1 + j\omega L_1$ и $y_1 = \psi_1 + j\omega C_1$. Падение напряжения и изменение тока на участке длиной dx (рис.I) можно записать в виде:

$$d\dot{U} = \dot{I} z dx, \qquad -d\dot{I} = \dot{U} y dx.$$

Разделив эти выражения на dx, продифференцировав их еще раз по x и решив уравнения относительно напряжения $\dot{U}$ и тока $\dot{I}$, получим:

$$\frac{d^2 U}{dx^2} = z_1 y_1 \dot{U}, \quad (1) \qquad \frac{d^2 I}{dx^2} = z_1 y_1 I_1$$

Уравнение (I) и (2) являются основными уравнениями длинных линий. Их называют телеграфными уравнениями. Решение этих уравнений ...ет следующий виде

$$\dot{U} = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x}; \tag{3}$$

$$\dot{I} = \frac{1}{Z_c}\left(A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}\right); \tag{4}$$

Здесь A_1 и A_2 – постоянные, определяемые граничными условиями, γ – коэффициент распространения:

$$\gamma = \sqrt{Z_1 Y_1} \qquad \text{или} \qquad \gamma = \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(G_1 + j\omega C_1)}, \tag{5}$$

Z_c – волновое сопротивление линии:

$$Z_c = \sqrt{\frac{Z_1}{Y_1}} \qquad \text{или} \qquad Z_c = \sqrt{\frac{R_1 + j\omega L_1}{G_1 + j\omega C_1}}; \tag{6}$$

Величины γ и Z_c называются вторичными параметрами линий. Так как напряжение и ток являются синусоидальными функциями времени, то уравнения (3) и (4) можно написать в виде:

$$\begin{aligned} \dot{U} e^{j\omega t} &= A_1 e^{j\omega t - \gamma x} + A_2 e^{j\omega t + \gamma x}, \\ \dot{I} e^{j\omega t} &= \frac{1}{Z_c}\left(A_1 e^{j\omega t - \gamma x} + A_2 e^{j\omega t + \gamma x}\right). \end{aligned} \tag{7}$$

Первые слагаемые выражений (7) представляют собой волны, распространяющиеся в направлении положительных значений координаты x, т.е. от генератора к нагрузке. Эти волны называются прямыми, или падающими волнами напряжения и тока. Вторые слагаемые соответствуют волнам, распространяющимся в направлении отрицательных значений координаты x, т.е. от нагрузки к генератору. Эти волны называются обратными, или отраженными волнами напряжения и тока. Таким образом, напряжение и ток в любой точке линии определяются в общем случае как результат суперпозиции двух волн – падающей и отраженной. Уравнения (7) можно записать в виде:

$$\dot{U} = \dot{U}_{пад} + \dot{U}_{отр}, \quad I = \frac{1}{Z_c}(\dot{U}_{пад} - \dot{U}_{отр}) = \dot{I}_{пад} - \dot{I}_{отр}.$$

Отсюда следует, что волновое сопротивление

$$Z_c = \frac{\dot{U}_{пад}}{\dot{I}_{пад}} = \frac{\dot{U}_{отр}}{\dot{I}_{отр}}.$$

Как видно из формулы (5), величина γ является комплексной величиной. Следовательно,

$$\gamma = \beta + j\alpha,$$

где
$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\Psi_1 R_1 - \omega^2 L_1 C_1\right) + \frac{1}{2}\sqrt{(R_1^2 + \omega^2 L_1^2)(\Psi_1^2 + \omega^2 C_1^2)}},$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\omega^2 L_1 C_1 - \Psi_1 R_1\right) + \frac{1}{2}\sqrt{(R_1^2 + \omega^2 L_1^2)(\Psi_1^2 + \omega^2 C_1^2)}}.$$

Таким образом, для мгновенных значений напряжения и тока прямой волны из выражений (7) следует:

$$u = A_1 e^{-\beta x} \sin(\omega t - \alpha x),$$

$$i = \frac{A_2}{Z_c} e^{-\beta x} \sin(\omega t - \alpha x - \varphi). \qquad (8)$$

Из (8) видно, что величина β , называемая коэффициентом затухания, определяет уменьшение амплитуды напряжения и тока вдоль линии. Аналогичный результат получается и для обратной волны .

Найдем скорость распространения волн вдоль линии. Она определяется из условия $\omega t - \alpha x = const.$

Дифференцируя по t, получим: $\omega - \alpha \frac{dx}{dt} = 0,$

откуда

$$v = \frac{\omega}{\alpha}. \qquad (9)$$

Уравнение (9) определяет скорость изменения фазы волн вдоль линии. Величина α называется фазовым коэффициентом. Для линии без потерь $\beta = 0$ и $\alpha = \frac{\omega}{c}$, где c - скорость света.

<u>Режимы работы линии при различных нагрузках</u>

<u>Линия, нагруженная на конце сопротивлением, равным волновому сопротивлению.</u> Пусть на конце линии включено сопротивление, равное волновому сопротивлению линии (рис.2).

Если линия лишена потерь, то $\beta = 0$, $\gamma = j\alpha$, и ее волновое сопротивление

$$\rho = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}.$$

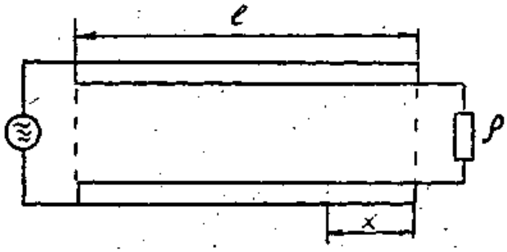

Рис.2

Учитывая, что ток и напряжение на конце линии связаны соотношением $\dot{U}_к = \rho \dot{I}_к$, и подставляя эти выражения в уравнения (3) и (4), находим:

$$\dot{U} = \dot{U}_к(\cos\alpha x - j\sin\alpha x) = \dot{U}_к e^{j\alpha x},$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_к}{\rho}(\cos\alpha x - j\sin\alpha x) = \frac{\dot{U}_к}{\rho} e^{j\alpha x}.$$

Мгновенные значения напряжения и тока равны:

$$u = U_к \sin(\omega t + \alpha x),$$

$$i = \frac{U_к}{\rho}\sin(\omega t + \alpha x).$$

Напряжение и ток в этом случае совпадают по фазе. Входное сопротивление линии равно $Z_{вх} = \rho$. В линии устанавливается режим чисто бегущих волн.

<u>Линия, разомкнутая на конце.</u> В случае линии, разомкнутой на конце (рис.3), $I_к = 0$. Мгновенные значения напряжения и тока будут равны:

$$u = U_к \sqrt{\frac{1}{2}(ch 2\beta x + \cos 2\alpha x)} \sin(\omega t + \psi_1),$$

$$i = \frac{U_к}{\rho} \sqrt{\frac{1}{2}(ch 2\beta x - \cos \alpha x)} \sin(\omega t + \psi_2 - \varphi),$$

где $\quad tg\,\psi_1 = tg\,\beta x\, tg\,\alpha x; \quad tg\,\psi_2 = \dfrac{tg\,\alpha x}{tg\,\beta x}.$

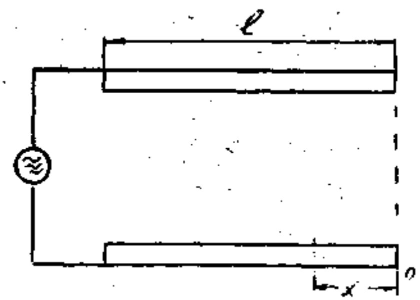

Рис.3

В данном случае в линии имеют место стоячие волны. Напряжение и ток сдвинуты по фазе на угол: $\psi = \psi_1 - \psi_2 + \varphi$. Расстояния узлов и пучностей напряжения от конца линии, если пренебречь потерями в ней, можно определить с помощью уравнений:

$$\dot{U} = U_к \cos\alpha x \, e^{j\omega t}, \quad \dot{I} = \frac{U_к}{\rho} \sin\alpha x \, e^{j(\omega t + \frac{\pi}{2})}.$$

Из этих выражений следует, что напряжение и ток сдвинуты на 90^0. Узлы тока и пучности напряжения находятся в точках, для которых $\sin\alpha x = 0$, т.е. на расстоянии $x = n\frac{\lambda}{2}$ от конца линии. Пучность тока и узлы напряжения находятся в точках, удовлетворяющих условию $\cos\alpha x = 0$, т.е. на расстоянии $x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$ от конца линии. Здесь $n = 0, 1, 2 \ldots$ Входное сопротивление разомкнутой линии без потерь находится по формуле: $Z_{вх} = -j\rho \, ctg\,\alpha l$. Кривая изменения входного сопротивления разомкнутой линии в зависимости от длины линии изображена на рис.4.

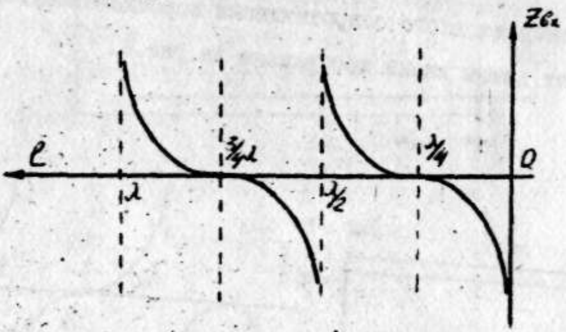

Рис.4

Линия, замкнутая на конце. В случае линии, короткозамкнутой на конце (рис.5), $\dot{U}_к = 0$. Мгновенные значения напряжения и тока равны:

$$u = I_K \rho \sqrt{\frac{1}{2}(ch\, 2\beta x - \cos 2\alpha x)}\, \sin(\omega t + \psi_2 + \varphi),$$

$$i = I \sqrt{\frac{1}{2}(ch\, 2\beta x + \cos 2\alpha x)}\, \sin(\omega t + \psi_1) .$$

В линии могут наблюдаться стоячие волны. Напряжение и ток сдвинуты по фазе на угол: $\psi = \psi_2 - \psi_1 + \varphi$. Входное сопротивление коротко замкнутой линии без потерь определяется по формуле:

$$Z_{вх} = j\rho\, tg\, \alpha l .$$

Кривая изменения входного сопротивления короткозамкнутой линии в зависимости от длины линии изображена на рис.6.

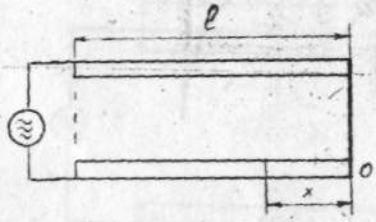

Рис.5

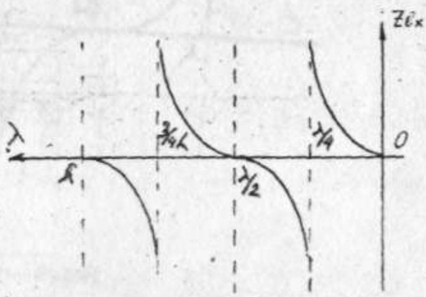

Рис.6

<u>Линия, нагруженная на конце реактивным сопротивлением</u>

Для линии, нагруженной на конце реактивным сопротивлением (рис.7.), напряжение и ток на конце линии связаны соотношением $\dot{U}_K = jx\dot{I}_K$. Если линия лишена потерь, то уравнения (3) и (4) можн привести к виду:

$$\dot{U} = \dot{U}_K \sqrt{1 + \frac{\rho^2}{x^2}} \cos(\alpha x - \varphi_0),$$

$$I = j \frac{\dot{U}_K}{\rho} \sqrt{1 + \frac{\rho^2}{x^2}} \sin(\alpha x - \varphi_0),$$

где $\quad tg\,\varphi_0 = \frac{\rho}{x}$.

В линии наблюдаются только стоячие волны. Входное сопротивление линии $Z_{вх} = -j\rho ctg(\alpha l - \varphi_0)$.

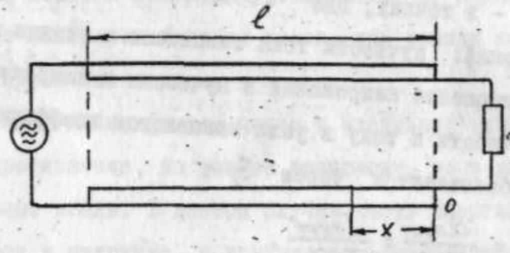

Рис.7

<u>Линия, нагруженная на конце активным сопротивлением.</u> Для линии, нагруженной на конце активным сопротивлением (рис.8), напр жение и ток на конце линии связаны соотношением $\dot{U}_K = \dot{I}_K R$. Счь тая что линия без потерь, уравнения (3) и (4) можно преобразовать к виду:

$$\dot{U} = \dot{U}_к e^{j\alpha x} + j\dot{U}_к\left(\frac{\rho}{R}-1\right)\sin\alpha x,$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_к}{\rho} e^{j\alpha x} + \frac{\dot{U}_к}{\rho}\left(\frac{\rho}{R}-1\right)\cos\alpha x. \tag{10}$$

Первые слагаемые правой части уравнений (10) представляют собой бегущую волну, вторые – стоячую волну. Если $R>\rho$, то пучности напряжения получаются в точках, в которых $\sin\alpha x = 0$, а узлы напряжения – в точках, где $\cos\alpha x = 0$. Если $R<\rho$, то результат обратный: пучности тока совпадают с узлами напряжения и наоборот. Отношение напряжения в пучности к напряжению в узле и тока в пучности к току в узле называется коэффициентом стоячей волны и обозначается через S:

$$S = \frac{U_{пучн}}{U_{узл}} = \frac{I_{пучн}}{I_{узл}}.$$

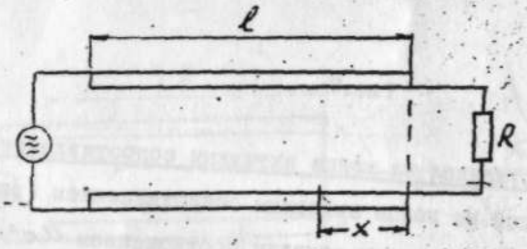

Рис.8

В том случае, когда отражение отсутствует, имеет место режим бегущей волны ($S=1$), если же отражение полное, т.е. амплитуда отраженной волны равна амплитуде падающей, возникает режим стоячей волны ($S=\infty$). Часто для характеристики режима пользуются коэффициентом бегущей волны z, равным: $z=\frac{1}{S}$.

<u>Краткие выводы.</u> Однородная линия на всем своем протяжении представляет для бегущей волны тока активное сопротивление, равное волновому ρ , и поэтому, когда сопротивление нагрузки равно волновому, то энергия падающей волны поглощается в нагрузке. В такой линии распространяются бегущие волны.

Если идеальная линия на конце разомкнута, замкнута накоротко или замкнута на реактивное сопротивление, то энергия падающей волны не потребляется и полностью отражается от конца линии к генератору. В результате возникают чисто стоячие волны, на поддержание которых генератор никакой энергии не затрачивает.

Если в линии имеются потери, то независимо от характера нагрузки существует некоторая бегущая волна, при помощи которой генератор компенсирует эти потери.

Если нагрузкой линии (в том числе и идеальной) является комплексное сопротивление, не равное волновому, то в линии существуют смешанные волны. В данном случае часть энергии падающей волны поглощается в нагрузке, а другая часть отражается к генератору.

Входное сопротивление линии, работающей в режиме бегущих волн, равно волновому и активно по характеру. Линия, работающая в режиме стоячих волн, имеет реактивное входное сопротивление, которое делает ее эквивалентной настроенному в резонанс или расстроенному колебательному контуру. При наличии в линии смешанных волн ее входное сопротивление содержит активную составляющую и реактивную.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

I. Включить в конце линии короткозамкнутый мостик. Установить связь линии с генератором и включить генератор. Наблюдая за неподвижным индикатором, настроить линию в резонанс с частотой генератора. Связь линии с генератором можно увеличить, но так, чтобы стрелка индикатора не выходила за пределы шкалы.

2. Перемещая индикатор вдоль линии, получить распределения амплитуды волны напряжения как функцию расстояния от замкнутого конца линии. Определить длину волны в линии.

3. Снять короткозамкнутый мостик и получить распределение амплитуды напряжения как функцию расстояния от разомкнутого конца линии для одной фиксированной настройки генератора.

4. Вычислить волновое сопротивление линии по формуле:

$$\rho = 276 \lg \frac{a}{r} \text{ [ом]},$$

где a -расстояние между осями проводов,

r -радиус провода.

Линию нагрузить на сопротивление, близкое к волновому. Снять распределение амплитуды напряжения вдоль линии.

5. Нагрузить линию реактивным сопротивлением. Снять распределение амплитуды напряжения вдоль линии.

6. Нагрузить линию некоторым сопротивлением, не равным волновому. Измерить пучности и узлы напряжений и найти коэффициент бегущей волны.

ЛИТЕРАТУРА

К р ы л о в Н.Н. Теоретические основы радиотехники. Л., "Морской транспорт", I96I, с.I40-I5I.

Б е л о ц е р к о в с к и й Г.Б. Основы радиотехники. Ч.I,М., "Сов. радио", I968, с. 260-3I2.